

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 63/46
1 Luglio 1963
(Ristampa)

**F. Amman e R. Andreani : L'ACCELERATORE LINEARE
PER ELETTRONI E POSITRONI. -**

(Nota interna : n. 206)

Servizio Documentazione
dei Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN
Casella Postale 70 - Frascati (Roma)

Nota Interna: n. 206
1 Luglio 1963 (Ristampa dicembre 1965)

F. Amman e R. Andreani: L'ACCELERATORE LINEARE PER ELETTRONI E POSITRONI.

1) DESCRIZIONE GENERALE -

L'acceleratore lineare, in corso di ordinazione da parte del CNR alla ditta Varian Associates, può accelerare fasci di elettroni e positroni rispettivamente a 400 MeV, con 100 mA di picco, e a 365 MeV, con $0.5 + 1$ mA di picco, e fasci di elettroni di alta intensità e bassa energia: ca. 500 mA e 60 MeV.

La macchina, a tal fine, è composta di due parti:

- a) - Sezione ad alta corrente che può produrre intensi fasci di elettroni.
- b) - Sezione ad alta energia, che può accelerare fasci di intensità intorno ai 100 mA ad alta energia.

Tra le due parti può essere introdotto un convertitore nel quale il fascio di elettroni uscente dalla sezione alta corrente origina uno sciame. Una parte dei positroni così prodotti viene catturata e accelerata dalla sezione alta energia.

Quando il convertitore non viene introdotto, la sezione ad alta corrente può essere fatta funzionare ad intensità ridotta e si ha, alla fine della sezione ad alta energia, un fascio di elettroni dalle caratteristiche sopra ricordate, oppure si può utilizzare direttamente per la sperimentazione il fascio di elettroni di alta intensità prodotto all'estremità della sezione alta corrente.

L'accelerazione delle particelle, in macchine di questo tipo, avviene per interazione tra le particelle cariche, elettroni o positroni nel caso considerato, e onde elettromagnetiche del tipo TM_{01} viaggianti in guide d'onda di sezione circolare opportunamente "caricate" con dischi forati al centro per rallentare l'onda e permetterne la propagazione con velocità di fase pari alla velocità delle particelle.

La situazione è relativamente semplice per particelle relativistiche. Per esse infatti la velocità dell'onda a RF potrà essere fatta costante su tutta la lunghezza della guida, pari alla velocità della luce. All'iniezione delle particelle, cioè subito dopo l'emissione da un catodo degli elettroni, il problema risulta più complesso perchè occorre seguire con la velocità dell'onda la velocità delle particelle che è variabile in modo continuo crescente lungo la guida. Questa assume perciò una struttura più complicata.

2.

La macchina acceleratrice risulta costituita di un certo numero di guide ciascuna alimentata da una sorgente di RF attraverso opportuni accoppiamenti.

Della potenza a RF entrante nella guida parte si dissipa sulle pareti a causa della loro resistività diversa da zero, parte viene trasferita al fascio di particelle sotto forma di aumento della loro energia ad opera del campo elettrico assiale, parte infine giunge all'estremità opposta ove viene dissipata su un carico a RF su cui la guida è chiusa ad evitare riflessioni.

L'acceleratore di Frascati è composto di 12 guide acceleratrici: 4 nella sezione alta corrente, 8 nella sezione alta energia. I due tipi di guide sono notevolmente diversi tra loro come vedremo.

L'intero acceleratore ha una lunghezza di 57,5 m.

Il sistema di iniezione e la sezione Alta Corrente hanno una lunghezza complessiva di 14 m. Segue uno spazio di 1 m. ove sarà posto il magnete per l'estrazione del fascio ad alta intensità, quindi il convertitore e la sezione Alta Energia per complessivi 42,5 m. La potenza a radiofrequenza è fornita da sei klystrons amplificatori ciascuno dei quali produce 21 MW di picco con un duty cycle dell'ordine di 10^{-3} sec ad una frequenza di 2856 Mc/sec (banda S). Ogni klystron alimenta due guide acceleratrici.

Il numero di guide di entrambe le sezioni è aumentabile praticamente senza limite.

L'energia finale delle particelle aumenta proporzionalmente al numero di sezioni.

Per ottenere una bassa dispersione in energia delle particelle accelerate, occorre, come si vedrà più avanti (cap. 2), un'alta stabilità sia nella frequenza di alimentazione (nel nostro caso $\delta f/f = 10^{-7}$) che nella temperatura della guida acceleratrice (stabilità della temperatura dell'acqua di raffreddamento $\pm 0,1$ C).

La parte ad alta energia ha inoltre, avvolto intorno ad ogni guida, un solenoide che genera un campo magnetico assiale, essenziale per avere un'alta intensità di positroni. Anche questi solenoidi richiedono, data la potenza elettrica che in essi si dissipa durante il funzionamento dell'acceleratore a positroni, un notevole quantitativo di acqua di raffreddamento.

L'acceleratore sarà alloggiato in un tunnel completamente circondato da una schermatura in terra. Di fianco al tunnel sarà disposto l'edificio in cui sono allocati i modulatori ed i klystrons, le alimentazioni di potenza per i solenoidi e i vari sistemi di focalizzazione, e gli scambiatori di calore per i sistemi di raffreddamento.

2) CENNI DI TEORIA -

Lo studio dell'acceleratore comprende due passi successivi e separabili. Il primo consiste nel determinare le caratteristiche, per così dire, esterne della guida, cioè i valori di corrente ed energia dei fasci. Il secondo passo consiste nella determinazione dei parametri utili alla realizzazione delle guide: dimensioni meccaniche punto per punto, caratteristiche elettriche del materiale e sua morfologia superficiale; esso viene condotto risolvendo le equazioni di Maxwell nella guida e imponendo alla soluzione, attraverso la scelta di valori opportuni dei parametri, di soddisfare le esigenze di progetto.

Questo secondo passo è di interesse quasi esclusivo del progettista ed è utile all'utente solo in quanto gli fornisce certi valori caratteristici che, vedremo, sono di primaria importanza.

Consideriamo un elemento di guida $d z$ a distanza z dall'origine degli assi posta

nel punto in cui viene alimentata la guida con potenza a radiofrequenza. L'asse z coincide con l'asse dell'acceleratore. (v. fig. 1)

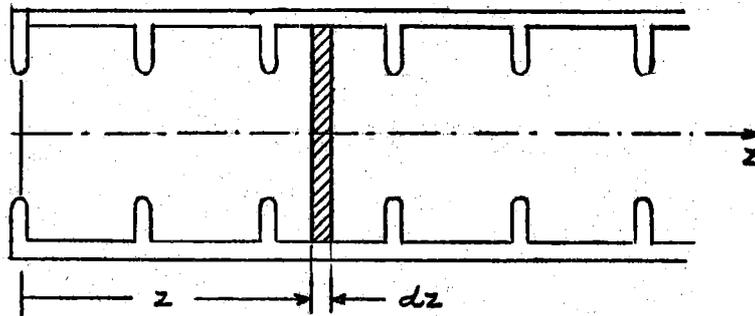


FIG. 1

Indichiamo con:

- $P(z, t)$ flusso di potenza a radiofrequenza attraverso il piano z al tempo t ;
 $W(z, t)$ energia a radiofrequenza immagazzinata nella lunghezza unitaria di guida intorno al punto z al tempo t ;
 $V_g(z)$ velocità di gruppo nella guida, indipendente dal tempo;

Si ha, trascurando le perdite sulle pareti:

$$(1) \quad P(z, t) = V_g(z) W(z, t)$$

Data la sua struttura, la guida può essere considerata come una successione di cavità risonanti accoppiate attraverso le aperture nei dischi.

Si può quindi definire un coefficiente di sovratensione:

$$(2) \quad Q(z) = \frac{\omega \text{ energia immagazzinata}}{\text{perdite di potenza per effetto Joule}} = \frac{\omega W(z, t)}{- (\partial p / \partial z)_{\text{pareti}}}$$

$- (\partial p / \partial z)_{\text{pareti}}$ indica la potenza dissipata sulle pareti per effetto Joule al tempo t . Sostituendo a $W(z, t)$ nella (1) il valore ricavato dalla (2) si ottiene:

$$- \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\omega}{v_g Q} P(z, t) = 2\alpha(z) P(z, t)$$

ponendo

$$\alpha(z) = \frac{\omega}{2 v_g(z) Q(z)}$$

coefficiente di attenuazione nella guida in Neper/m. Le perdite nelle pareti sono proporzionali al quadrato del campo elettrico assiale $E(z, t)$ attraverso un coefficiente r che viene definito da:

$$(3) \quad r(z) = - \frac{E^2(z, t)}{\frac{\partial p}{\partial z}(z, t)}$$

4.

impedenza di shunt della guida, misurato in $M\Omega/m$.

Occorre notare che con $E(z, t)$ si indica la componente fondamentale del campo elettrico nella guida: quella che si propaga con velocità di fase pari alla velocità delle particelle. Le guide acceleratrici hanno una struttura periodica; permettono ad un'onda di una certa frequenza di propagarsi con diversi modi a diverse velocità di fase, più o meno attenuati.

Tra questi modi, il solo utile per l'accelerazione è quello per cui onda e particelle hanno la stessa velocità di fase.

Abbiamo quindi definito quattro quantità caratteristiche della guida acceleratrice:

$v_g(z)$	velocità di gruppo m/sec;
$Q(z)$	coefficiente di sovratensione;
$\alpha(z)$	coefficiente di attenuazione Np/m;
$r(z)$	impedenza di shunt $M\Omega/m$.

$r(z)$, $Q(z)$ dipendono pochissimo dalle variazioni nel raggio delle aperture dei dischi. Poiché questo raggio ha un notevole effetto su $\alpha(z)$ e $v_g(z)$, si possono, con buona approssimazione, considerare r e Q indipendenti da v_g .

Con i parametri disponibili, si può scrivere un'equazione di bilancio energetico per l'elemento dz .

Indichiamo con $I(t)$ la corrente di particelle all'istante t . (La si suppone indipendente da z ammettendo trascurabile la perdita di particelle lungo la guida).

Si ha

$$dP = - \left[2\alpha(z) P(z, t) + I(t) E(z, t) \right] dz$$

Quest'equazione permette di ottenere le espressioni che ci interessano. Integrata su tutta la lunghezza della guida ci fornisce il valore di P in uscita dalla guida in relazione ad un valore di potenza a RF in ingresso e, attraverso la (3), permette di ricavare l'andamento di E lungo l'asse della guida. Per integrazione di linea del campo elettrico sull'asse si ottiene il valore dell'energia acquistata dalle particelle.

La forma delle espressioni ottenibili per questa via varia in relazione al tipo di struttura della guida. In base ad opportuni valori realizzati per i parametri caratteristici che sono stati definiti è possibile ottenere guide di tipo diverso.

Due sono le strutture tipiche che vengono realizzate normalmente:

- Struttura uniforme.
- Struttura a gradiente costante.

Per queste vengono riportate di seguito le espressioni della potenza, del campo elettrico e dell'energia delle particelle in funzione di z , prendendo come origine il punto d'ingresso della radiofrequenza nella guida acceleratrice.

2. 1. - Guide a struttura uniforme -

La struttura della guida è periodica. Le dimensioni a e b (v. fig. 2) restano costanti lungo tutta la guida. Ne risulta la costanza della velocità di gruppo e dell'attenuazione lungo la guida.

Si ha quindi:

$$\begin{aligned} r &= \text{cost}; \\ Q &= \text{cost}; \\ v_g &= \text{cost}; \\ \alpha &= \text{cost al variare di } z \text{ e } t. \end{aligned}$$

In luogo di α si considera solitamente il termine $\alpha l = \tau$, dove l lunghezza della guida acceleratrice. τ è l'attenuazione sull'intera lunghezza di guida.

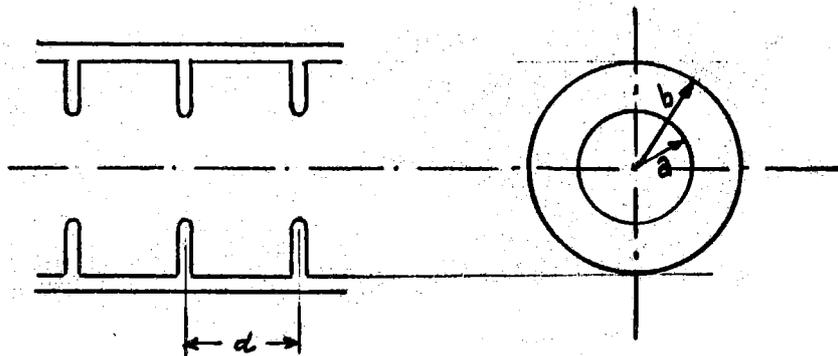


FIG. 2

Procedendo all'integrazione delle equazioni precedenti si ottiene:

Potenza a radiofrequenza che transita al piano z .

$$(P/P_0)^{1/2} = (1 + m) e^{-\alpha z - m}$$

dove:

P_0 potenza a RF introdotta nella guida al punto $z = 0$;

$m = rI/E_0$ parametro di carico del fascio;

E_0 campo elettrico assiale al punto $z = 0$.

Campo elettrico assiale nel punto z .

$$(4) \quad E = E_0 e^{-\alpha z} - rI (1 - e^{-\alpha z})$$

o

$$E = (2\alpha rP)^{1/2}$$

L'espressione (4) mette in evidenza l'effetto di riduzione del campo elettrico dovuto alla presenza del fascio e l'influenza su tale riduzione dell'impedenza di shunt della guida.

In assenza del termine $E_0 e^{-\alpha z}$, cioè qualora la guida non venga alimentata, il secondo termine della (4) rappresenta il campo elettrico eccitato dalla presenza del fascio di particelle passante nella guida.

Energia delle particelle all'uscita della guida $z = l$:

$$V = (2\tau)^{1/2} \left[\frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} - m \left(1 - \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \right) \right] (P_0 l r)^{1/2}$$

6.

Anche quest'espressione è notevolmente significativa. Come vedremo anche per le guide a gradiente costante, il tipo di struttura della guida ed il valore della corrente di fascio interviene in un fattore funzione di τ e di m . C'è poi un altro fattore che risulta comune alle espressioni relative ai due tipi di guida e pone in evidenza una proporzionalità dell'energia alla radice quadrata della potenza a radiofrequenza entrante e dell'impedenza di shunt.

La dipendenza dalla lunghezza della guida è implicita perchè essa compare anche nel termine τ .

Per raddoppiare l'energia delle particelle a parità di r , m , τ , occorre quadruplicare la potenza a radiofrequenza fornita. Normalmente si tende ad ottenere la migliore coppia di valori di ℓ e P_0 compatibili col massimo campo elettrico ottenibile sull'asse dell'acceleratore e col costo complessivo del sistema acceleratore, a parità di energia.

Di seguito, nelle fig. 3, 4 sono riportati gli andamenti di P ed E per le guide a struttura uniforme.

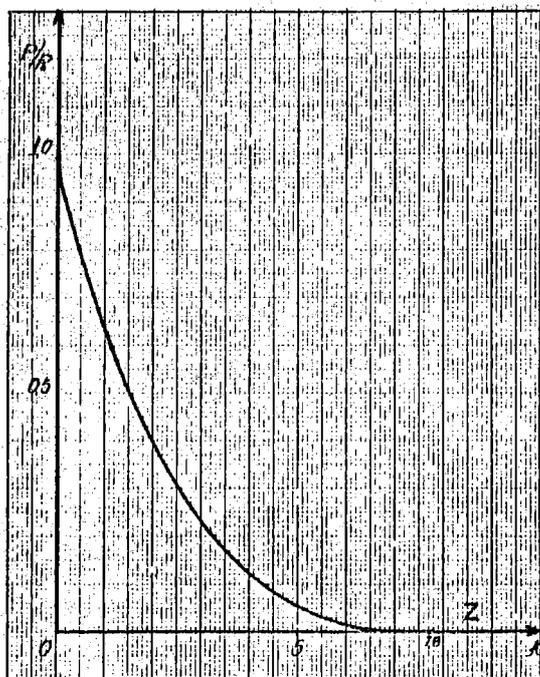


FIG. 3

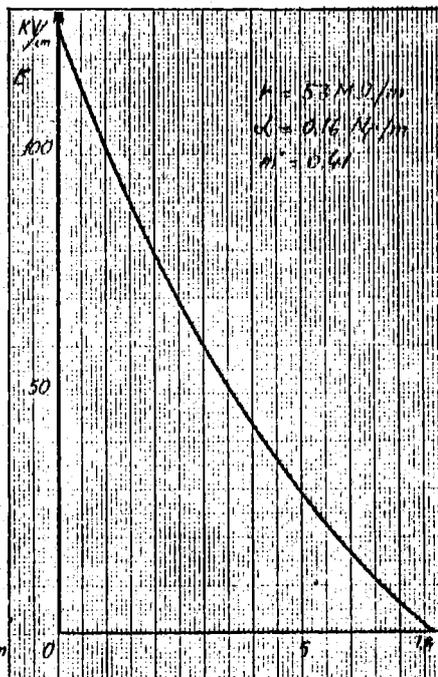


FIG. 4

L'andamento riportato è quello calcolato per i valori dei parametri sotto riportanti che sono abbastanza tipici:

$$r = 53 \text{ M}\Omega/\text{m}; \quad d = 0,16 \text{ Np/m}; \quad P_0 = 10 \text{ MW}; \quad I = 100 \text{ mA}.$$

Ne consegue:

$$m = \frac{rI}{E_0} = \frac{rI}{(2d r P_0)^{1/2}} = \left(\frac{r}{2d P_0}\right)^{1/2} I = \sqrt{\frac{53 \times 10^6}{2 \times 0,16 \times 10 \times 10^6}} \cdot 100 \times 10^{-3} = 0,41.$$

2.2. - Guide a gradiente costante -

In queste guide si realizza, per un determinato valore di corrente di fascio, un

andamento costante lungo l'asse z della componente fondamentale del campo elettrico secondo z. Si possono distinguere, solo per comodità di trattazione matematica, due casi:

- a) Guide a gradiente costante per $I = 0$.
 b) Guide a gradiente costante per $I = I_n$.

a) Guide a gradiente costante per $I = 0$.

Procedendo all'integrazione delle equazioni di partenza si ottiene:

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)^{1/2} = \sqrt{1 - 2\alpha_0 z} + \left(\frac{r}{z\alpha_0 P_0}\right)^{1/2} \frac{I}{z} \sqrt{1 - 2\alpha_0 z} \log(1 - 2\alpha_0 z)$$

Dove α_0 è il valore dell'attenuazione per $z=0$. Per le guide a gradiente costante infatti, l'attenuazione non risulta costante lungo l'asse.

In questo caso essa ha un andamento:

$$\alpha_z = \frac{\alpha_0}{1 - 2\alpha_0 z}$$

Il campo elettrico ha il valore:

$$E = E_0 + \frac{rI}{2} \log(1 - 2\alpha_0 z)$$

L'energia delle particelle per $z = \ell$ ha il valore:

$$V = V_0 - \frac{rI}{4\alpha_0} (1 - 2\alpha_0 \ell) \log(1 - 2\alpha_0 \ell) - \frac{rI\ell}{2}$$

Nelle figg. 5, 6 sono riportati gli andamenti di P e di E in funzione di z con parametri r, α_0 , P_0 , fissati.

$$r = 53 \text{ M}\Omega/\text{m}; \quad \alpha_0 = 0,080 \text{ Np/m}; \quad P_0 = 10 \text{ MW.}$$

La distribuzione del campo elettrico è tanto più disuniforme per $I \neq 0$, quanto maggiore è I.

b) Guide a gradiente costante per $I = I_n$.

In questo caso, il campo elettrico assiale (componente fondamentale) è costante lungo l'asse quando la corrente di fascio è uguale a I_n . Per $I \neq I_n$ il campo elettrico assiale non è uniforme lungo la guida.

Per $I = I_n$, poichè r è costante, le perdite lungo le pareti della guida sono indipendenti da z. Si ha quindi un riscaldamento uniforme delle pareti e questo, vedremo, è notevolmente importante.

Indicando con E_n il valore del campo elettrico assiale costante lungo l'asse per $I = I_n$, si ha per la potenza l'espressione:

$$P_z = P_0 \left(1 - z R_0 \frac{r I_n + E_n}{r R_n}\right) \left[\frac{I}{I_n} + \left(1 - \frac{I}{I_n}\right) \left(\frac{R_z}{R_0}\right)^{1/2} \left[\frac{r I_n}{r I_n + E_n}\right]\right]^2$$

8.

dove R_0 è definita come impedenza serie della guida nel punto $z = 0$ ed è data dall'espressione:

$$R = E^2/P$$

Il campo elettrico assiale è dato da:

$$E = E_n \left[\frac{I}{I_n} + \left(1 - \frac{I}{I_n}\right) \left(\frac{R}{R_0}\right)^{1/2} \left[\frac{r I_n}{r I_n - E_n} \right] \right]$$

L'energia delle particelle all'estremità dell'acceleratore è data da:

$$V = V_n \left[\frac{I}{I_n} + \left(1 - \frac{I}{I_n}\right) \frac{1}{n} \frac{1 - \mu^n}{1 - \mu} \right]$$

V_n energia alla corrente $I = I_n$;

$$\mu = \frac{P_1}{P_0}$$

dove P_1 è la potenza all'estremità della guida per $I = I_n$;

$$n = 1/2 \left(1 + \frac{R_0}{2 \alpha_0^* r} \right); \quad \alpha_0^* = R_0 \frac{r I_n + E_n}{2 r E_n}$$

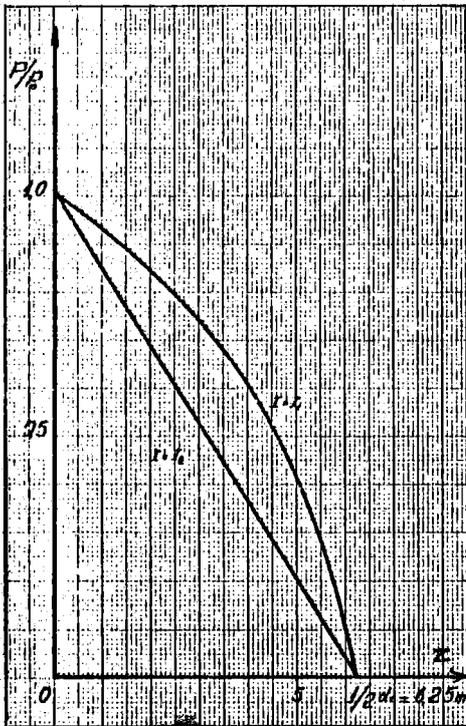


FIG. 5

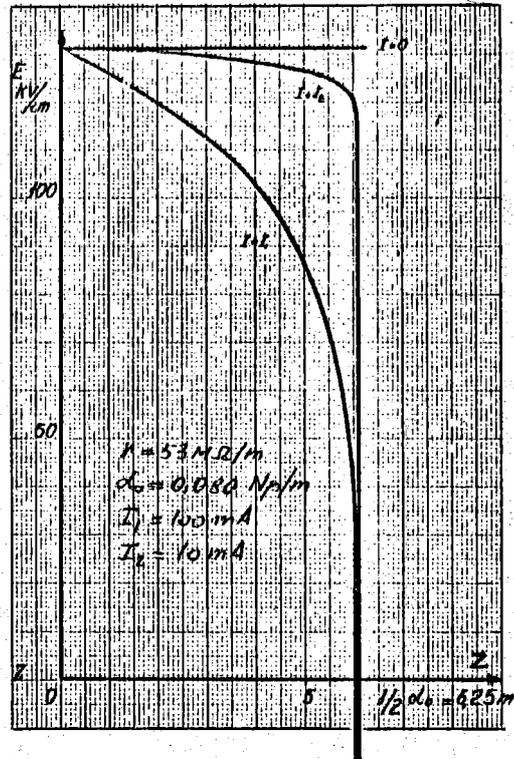


FIG. 6

Nella fig. 7, è riportato l'andamento di E in funzione di z con parametro I .

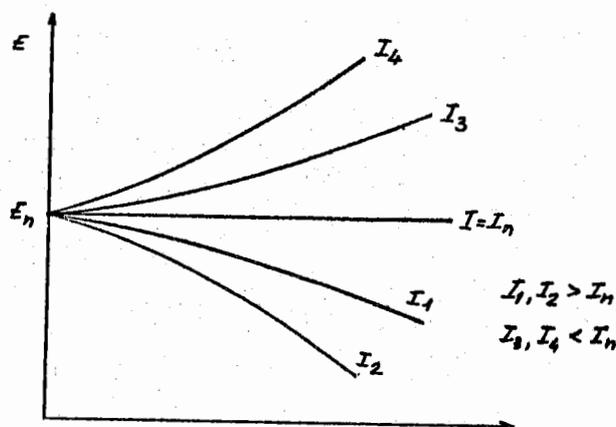


FIG. 7

Per ottenere l'andamento del campo elettrico caratteristico delle guide a gradiente costante, occorre variare opportunamente i parametri a e b lungo l'asse della guida.

Infatti la velocità di gruppo deve variare lungo la guida e così l'attenuazione.

La realizzazione delle guide a gradiente costante è quindi più difficoltosa e costosa. Esse però offrono indubbiamente dei vantaggi rispetto alle guide a struttura uniforme. Per citarne alcuni:

La possibilità di ottenere energie maggiori a parità di campo elettrico massimo realizzabile nella guida.

La minore influenza che variazioni di frequenza dell'alimentazione hanno, come vedremo, sulla energia finale delle particelle.

L'uniformità delle perdite sulle pareti, in particolari condizioni di carico, che porta ad un riscaldamento uniforme delle pareti.

La minore diminuzione percentuale di energia da vuoto a carico a parità di valore della attenuazione complessiva su tutta la lunghezza della guida.

Tra questi vantaggi, fondamentale per le guide destinate a trasmettere un fascio di alta intensità, come nel caso delle guide della sezione alta corrente dell'acceleratore di Frascati, è l'assenza del fenomeno del "pulse shortening". Questo consiste nella perdita del fascio quando questo raggiunge un certo valore; esso è dovuto alla propagazione nella guida di un modo spurio a velocità di fase, pari a c , eccitato dal fascio stesso, con componenti radiali del campo elettrico che allargano il fascio e, raggiunta una sufficiente intensità, ne provocano la perdita contro i dischi della guida.

Poichè questo modo è eccitato dalla corrente del fascio, è chiaro che si manifesta solo per valori abbastanza elevati di corrente.

Perchè poi esso abbia effetti distruttivi sul fascio, occorre che quest'ultimo veda i campi trasversi per tratti abbastanza lunghi; ciò non può avvenire in una guida a gradiente costante nella quale la velocità di fase di tale modo spurio non è uniforme lungo la guida.

Per evitare il maggior costo che deriverebbe dal realizzare tutta la guida a gradiente costante, si ricorre ad una soluzione di compromesso. Si approssima la struttura a gradiente costante con un certo numero di parti componenti ciascuna di tipo uniforme

10.

ma differenti l'una dall'altra. Si ottiene così di approssimare l'andamento a variazione continua dei vari parametri: attenuazione e velocità di gruppo ad esempio, con una spezzata.

2.3. - Variazioni di energia delle particelle accelerate -

Poichè l'acceleratore di Frascati sarà usato come iniettore di un anello di accumulazione per elettroni e positroni, notevole importanza riveste la stabilità in energia delle particelle accelerate. E' interessante esaminare brevemente quali sono le cause che possono produrre variazioni dell'energia delle particelle e di quale entità esse risultano⁽¹¹⁾.

Tre sono le cause fondamentali:

- Variazioni della potenza d'alimentazione a radiofrequenza.
- Variazioni dell'angolo di sfasamento tra elettroni e onda a RF.
- Variazioni della temperatura della guida acceleratrice.

2.3.1. - Variazioni della potenza di alimentazione a radiofrequenza.

Per tutti i diversi tipi di guida, l'energia delle particelle è proporzionale alla radice quadrata della potenza a RF entrante.

Si ha quindi che:

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{2} \frac{dP_0}{P_0}$$

2.3.2. - Variazioni dell'energia dovute a variazioni dello sfasamento tra particelle e cresta dell'onda.

Ad una variazione della fase delle particelle rispetto alla cresta dell'onda segue una variazione nel campo elettrico visto e quindi dell'energia finale delle particelle. Tale sfasamento può avere come cause determinanti:

- a) - Variazioni di frequenza.
- b) - Variazioni della tensione applicata ai klystrons.
- c) - Variazioni della tensione applicata al cannone elettronico.
- d) - Larghezza dei pacchetti di particelle.
- e) - Variazioni di fase della radiofrequenza dovute a variazioni di temperatura delle guide di alimentazione.

a) - Variazioni di energia dovute a variazioni di frequenza.

E' conveniente definire un parametro che è indicativo dell'azione sulle guide di una variazione di frequenza: la sensibilità alla frequenza Δ , cioè lo sfasamento tra particelle ed onda prodotto, alla fine della sezione, da una variazione unitaria della frequenza d'alimentazione.

Si può determinare l'espressione di Δ che risulta identica per guide di struttura comunque diversa:

$$\Delta = 2\pi t_F$$

dove t_F , nella letteratura filling time, è il tempo di riempimento della guida, cioè il tempo che il fronte d'onda a radiofrequenza impiega a percorrere con la sua velocità di gruppo, tutta la guida.

Il tempo di riempimento ha un'espressione molto semplice, valida per tutti i tipi di struttura, dipendente dai parametri caratteristici della guida e dalla frequenza:

$$t_F = \frac{2Q}{\omega} \tau$$

Le espressioni della variazione relativa dell'energia a vuoto corrispondenti a variazioni di frequenza unitarie sono differenti per i due tipi fondamentali di struttura e risultano:

Guide a gradiente costante:

$$(5) \quad \frac{\delta V_0}{V_0} = (\Delta)^2 \frac{1}{(2\tau)^2} \left[\frac{2\tau e^{-2\tau}(\tau+1)}{1-e^{-2\tau}} - 1 \right] + (\Delta) \tan \varphi \frac{1}{2\tau} \left[\frac{2\tau e^{-2\tau}}{1-e^{-2\tau}} - 1 \right]$$

Guide a struttura uniforme:

$$(6) \quad \frac{\delta V_0}{V_0} = (\Delta)^2 \frac{1}{2\tau^2} \left[\frac{\tau(2+\tau)e^{-\tau}}{1-e^{-\tau}} - 2 \right] - (\Delta) \tan \varphi \frac{1}{\tau} \left[1 - \frac{\tau e^{-\tau}}{1-e^{-\tau}} \right]$$

dove τ è sempre l'attenuazione complessiva sulla lunghezza l della guida e φ è lo sfasamento all'inizio della guida tra la particella e la cresta dell'onda a RF.

Per avere la variazione relativa di energia corrispondente ad una variazione generica δf di frequenza, basta sostituire:

$$\Delta = 2\pi t_F \delta f$$

Poichè δf è normalmente dell'ordine di grandezza di quello riscontrabile in sistemi oscillanti a RF di alta stabilità: $10^{-5} + 10^{-6}$. Δ è molto piccolo ed è interessante notare che, appena acquista l'entità di pochi gradi, il termine di primo ordine acquista entità prevalente rispetto all'altro.

Le espressioni (5), (6) sono rappresentate graficamente in fig. 8 in corrispondenza ad un valore di $\tau = 0,82$ valido per la sezione Alta Energia dell'acceleratore di Frascati.

b)c)d)e) - Dalle espressioni (5), (6) appare chiaro che la variazione relativa di energia è deducibile, una volta noto lo sfasamento Δ che la provoca. Poichè tutte le cause indicate sotto i punti b)c)d)e) hanno come effetto uno sfasamento Δ tra particelle ed onda a RF, le formule precedenti sono immediatamente applicabili.

2.3.3. - Variazioni di energia dovute a variazioni di temperatura della guida acceleratrice.

Le variazioni di energia dovute a variazioni della temperatura delle guide sono originate attraverso due meccanismi diversi.

Da un lato, variazioni di temperatura portano a dilatazioni o contrazioni nelle dimensioni della struttura acceleratrice che hanno come conseguenza variazioni della velocità di fase.

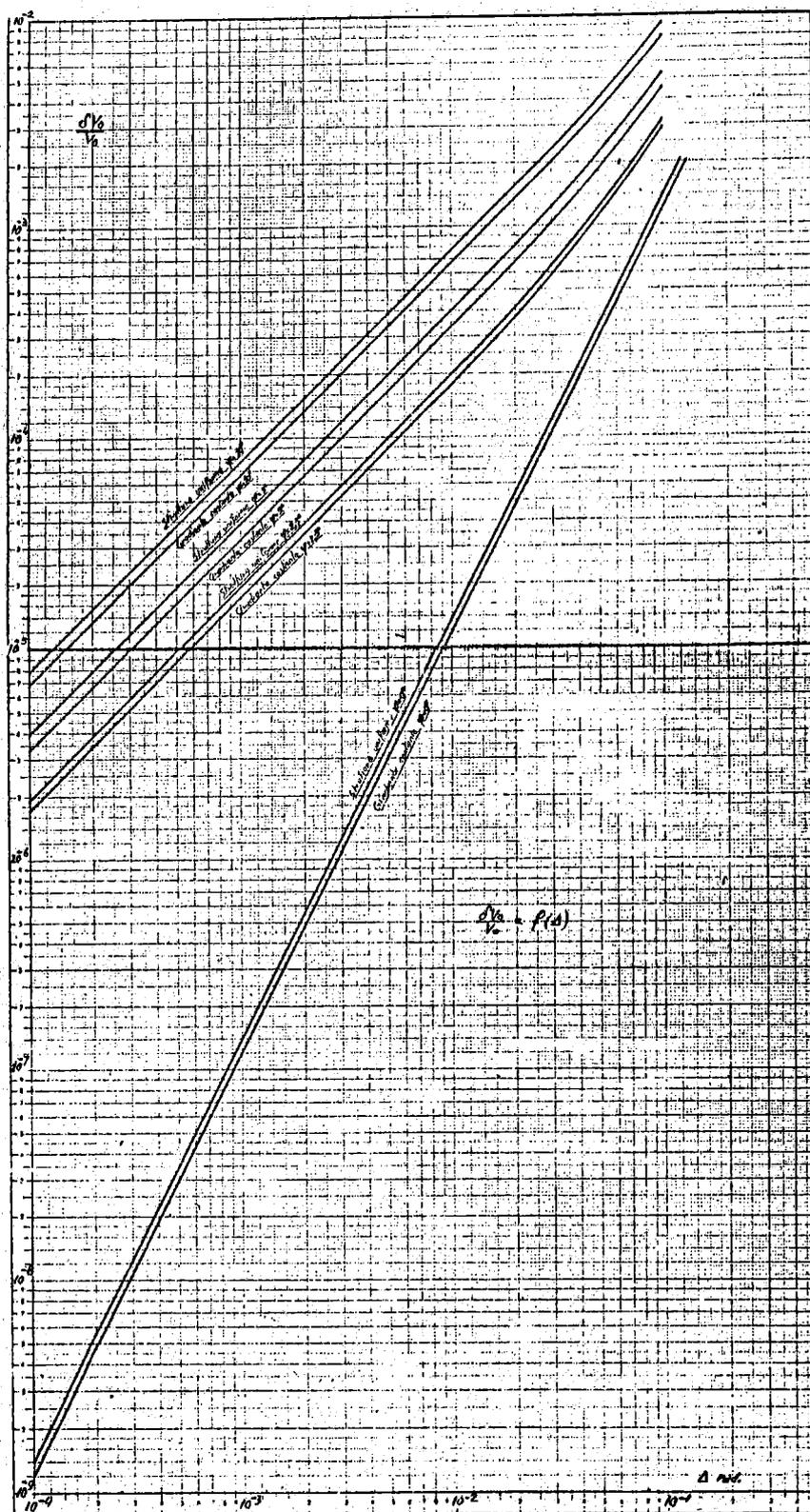


FIG. 8

Indicando con $\delta l/l$ la variazione relativa nelle dimensioni lineari dell'acceleratore.

$$\frac{\delta l}{l} = g \delta T$$

dove g coefficiente di dilatazione termica del rame della guida, δT variazione di temperatura.

A questa variazione di dimensioni si può sostituire un'equivalente variazione di frequenza.

$$\frac{\delta f}{f} = g \delta T$$

che dà uno sfasamento:

$$\Delta = 2 \pi t_F g f \delta T$$

Questo valore di Δ introdotto nelle espressioni (5), (6) permette di ottenere la variazione di energia corrispondente.

Il valore di Δ per $\delta T = 1$ definisce la sensibilità alla temperatura della guida, cioè lo sfasamento prodotto tra particelle ed onda da una variazione di temperatura di 1°C .

L'altra via attraverso la quale variazioni di temperatura influiscono sulla energia è la dipendenza di alcuni parametri caratteristici dalla temperatura.

Sia r che Q variano infatti colla resistività del rame delle pareti secondo $\rho^{-1/2}$. Sviluppando in serie e arrestandosi al termine di primo ordine, si ha per r e Q :

$$r = r_0 \left(1 - \frac{a}{2} \delta T\right); \quad A = A_0 \left(1 - \frac{a}{2} \delta T\right)$$

indicando con r_0 e Q_0 i valori di r e Q a 20°C , $\delta T = (T - 20)$, T in $^\circ\text{C}$, a coefficiente di resistività del rame elettrolitico

$$a = 0,00393 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ a } 20^\circ\text{C}.$$

Procedendo ad uno sviluppo analitico si ottengono le espressioni del $\delta V_0/V_0$, con V_0 energia a vuoto delle particelle.

Per le guide a gradiente costante

$$\frac{\delta V_0}{V_0} = \frac{a}{2} \left[\frac{\tau e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} - \frac{1}{2} \right] \delta T$$

Per le guide a struttura uniforme

$$\frac{\delta V_0}{V_0} = \frac{a}{2} \left[\frac{\tau e^{-\tau}}{1 - e^{-\tau}} - 1 \right] \delta T$$

14.

3) PRESTAZIONI -

Di seguito sono riportate le principali prestazioni dell'acceleratore lineare dalla ditta. I valori indicati come Valori di progetto e Valori garantiti si riferiscono rispettivamente ai valori su cui la ditta ha basato il progetto della macchina ed a quelli da essa garantiti.

Sono riportati dei valori di corrente indicati con - corrente utile di elettroni o di positroni -.

Questi valori si riferiscono all'uso della macchina come iniettore dell'anello di accumulazione⁽⁷⁾.

Corrente utile è la corrente di elettroni o di positroni di emittanza $\leq 10^{-3}$ rad. cm e avente spettro di energia di $\pm 0,5\%$ intorno al valore garantito a quella corrente.

<u>Sez. ad alta corr.</u>	<u>Val. di proget.</u>	<u>Val. garant.</u>
Energia tot. a corr. 0	107,4	105 MeV
" " a 100 mA	98,2	95 "
" " a 418 mA	68,9	65 "
Larghezza in fase dei pacchetti di elettr. sul convertitore (90% della corrente)	5	8 Gradi
Diametro minimo del fa- scio focalizzato sul con- vertitore.	1	2 mm

Macchina Completa

Fascio di elettroni.

Energ. degli elettroni a corrente 0	470	438 MeV
Energ. degli elettroni a corr. tot. di 100 mA	398	374 "
Corr. utile d'impulso di elett. a 374 MeV	80	25 mA
Corr. tot. d'impulso di elett. a 10 MeV		50 mA

Fascio di positroni

Energ. dei positr. a corr. 0 (meno l'energ. d'iniez. dei positroni)	363	348 MeV
Corr. utile di positroni	0,5	0,1 mA
Corr. tot. d'impulso di positroni a 347 MeV	1,6	mA

Duty cycle

Frequenza di ripetizione d'impulso a impulsi di fascio di 3,2 μ sec.		250 pps
Frequenza di ripetizione d'impulso a impulsi di fascio di 0,1 μ sec.		700 pps

Le prestazioni della macchina sono riportate come curve energia - corrente, nel grafico della fig. 9.

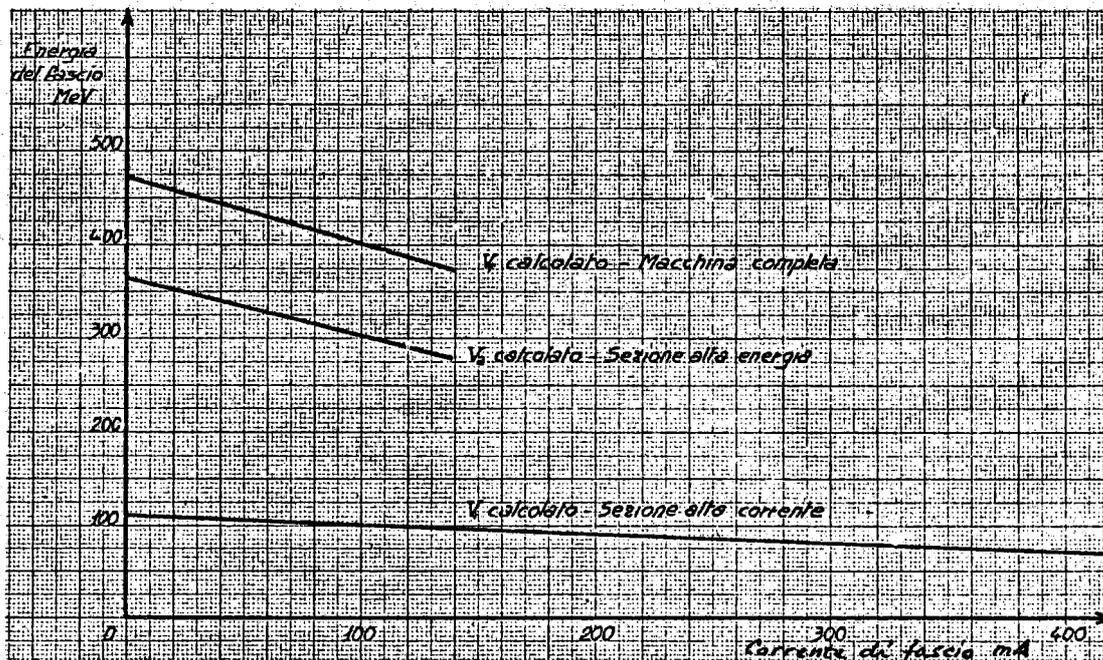


FIG. 9

Le equazioni di tali curve, ottenute introducendo nelle espressioni date al par. 2 i valori dei parametri relativi alla macchina di Frascati che saranno analizzati nel par. 4, sono:

$$V_1 = 107,4 - 94,4 i$$

valore calcolato per la sezione alta corrente;

$$V_2 = 363 - 642 i$$

valore calcolato per la sezione alta energia;

$$V_T = 470,4 - 736 i$$

valore calcolato per la macchina completa.

4) GUIDA ACCELERATRICE -

Come già è stato detto nel par. 2, le 12 guide acceleratrici che compongono l'acceleratore lineare di Frascati sono ottenute come insieme di parti a struttura uniforme che approssimano nel complesso della guida la struttura a gradiente costante.

Prescindendo dalla prima guida della sezione alta corrente che, come sarà accennato nel paragrafo riguardante l'iniezione, ha delle caratteristiche particolari, le guide n. 2-3-4 sono progettate per dare un gradiente approssimativamente costante ad una corrente di 0,1 A.

Le guide n. 5 + 12 cioè quelle della sezione alta energia danno invece un gradiente approssimativamente costante ad $i = 0$ A.

Nelle tabelle seguenti sono riportate le caratteristiche di tali guide fornite direttamente dalla ditta o calcolate in base a quelle note.

4. 1. - Guide 2-3-4 Sezione ad alta corrente

Coefficiente di sovratensione Q	13. 000
Imped. di shunt media r	50,7 M Ω /m
Frequenza f	2856 Mc/sec
Potenza di picco a RF entrante	10 MW
Potenza di picco a RF sul carico a 100 mA	2,903 MW
Potenza di picco a RF sul carico a corrente 0	4,58 MW
Lunghezza di ciascuna guida l	2,94 m
Tempo di riempimento t_F	0,57 μ sec.
Coefficiente di attenuazione α (*)	0,0800 \pm 0,220 Np/m
Energia immagazzinata a 100 mA.	2,5 J
Energia immagazzinata a corr. 0	3,95 J
Energia delle particelle calcolata a 100 mA	25,9 MeV
Energia calcolata a corrente 0	28,4 MeV
Energia calcolata a 418 mA	18,1 MeV
Sensibilità alla frequenza	$\sim 205^\circ$ /Mc/sec
Sensibilità alla temperatura	$\sim 9^\circ 30'$ / $^\circ$ C

(*) - Il coefficiente d'attenuazione varia lungo la sezione per guide a gradiente costante.

4. 2. - Guide 5 + 12 Sezione ad alta energia

Coefficiente di sovratensione Q	13. 000
Impedenza di shunt media r	51,5 M Ω /m
Frequenza f	2856 Mc/sec
Potenza a RF entrante picco	10 MW
Potenza a RF sul carico a corr. 0	1,93 MW
Potenza a RF sul carico a 100 mA	0,53 MW
Lunghezza di ciascuna guida l	5,04 m
Tempo di riempimento t_F	1,19 μ sec
Coefficiente di attenuazione α	0,070 \pm 0,255 Np/m
Energia immagazzinata a corr. 0	5,8 J
Energia calcolata a corrente 0	45,4 MeV
Energia calcolata a 100 mA	37,5 MeV
Sensibilità alla frequenza	430 $^\circ$ /Mc/sec.
Sensibilità alla temperatura	20 $^\circ$ / $^\circ$ C

4. 3. - Realizzazione delle guide

Tre sono i metodi usati normalmente per realizzare le guide acceleratrici: deposizione elettrolitica, assemblaggio per riunione di parti componenti sotto forte pressione, saldatura. Il primo metodo è il seguente:

Su un cilindro costituito dai dischi di rame forati apprestati in anticipo, intervallati da brevi cilindri di alluminio di diametro pari al diametro interno della guida e di lunghezza pari a quella delle cavità, si fa depositare rame mantenendole in rotazione in un bagno elettrolitico ed impiegando svariati accorgimenti tecnici. Il procedimento è assai delicato e richiede un tempo notevole dell'ordine di una settimana, per realizzare una guida.

Ottenuto lo spessore voluto di rame, si elimina l'alluminio inglobato nella guida mediante attacco con soda caustica. Si possono raggiungere precisioni notevoli nella finitura superficiale.

Il secondo metodo impiega un certo numero di tiranti per mantenere riuniti e in pressione un numero di pezzi pari al numero di cavità. Ogni pezzo è costituito da un disco e dal tratto di parete corrispondente ad una cavità adiacente. Anche qui vengono usati particolari accorgimenti per realizzare un perfetto contatto elettrico tra le parti serrate insieme. Il metodo usato per la realizzazione delle guide di Frascati è il terzo.

Le parti componenti: dischi forati e cilindretti della cavità, vengono saldate ad argento in atmosfera riducente d'idrogeno.

Nella guida, durante il funzionamento viene mantenuto un vuoto dell'ordine di 5×10^{-8} mm Hg. La tenuta al vuoto è assicurata da un cilindro esterno alla guida. L'intercapedine è in comunicazione con le cavità attraverso dei fori praticati nelle pareti ed in essa sono disposti i tubi dell'acqua di raffreddamento saldati alla guida.

Il flusso di acqua di raffreddamento mantiene la temperatura delle pareti stabile a $\pm 0,1^\circ\text{C}$, attraverso un sistema di controllo automatico.

Si è visto come questa stabilità sia collegata alla stabilità dell'energia delle particelle.

Le guide impiegate per l'acceleratore di Frascati sono del tipo $2\pi/3$ cioè una lunghezza d'onda della radiofrequenza nella guida occupa tre cavità. La lunghezza di ciascuna cavità risulta quindi di:

$$d = \frac{\lambda}{3} = 3,5 \text{ cm}$$

Le dimensioni a e b variano sulla lunghezza di ciascuna guida dato che si tratta di guide a struttura a gradiente costante. Sia a che b vanno decrescendo lungo l'asse a partire dall'inizio della guida. La variazione è comunque molto piccola.

a risulta variare intorno a $1,5 \pm 1$ cm e b intorno a 4,2 cm.

Tutte le cavità vengono accordate sulla frequenza di funzionamento deformando dall'esterno le pareti della cavità fino ad ottenere l'accordo a 2856 Mc/sec. Per realizzarlo, si muove lungo la guida un pistoncino di raggio pari a quello dell'apertura dei dischi con cui si cortocircuitano successivamente i vari dischi, accordando ogni volta tutto il tratto di guida compreso tra l'inizio ed il punto cortocircuitato.

L'accuratezza dell'operazione è tale che si ottiene l'accordo a meglio di $\pm 1^\circ$ di fase della radiofrequenza.

5) SISTEMA D'INIEZIONE -

Il sistema d'iniezione dell'acceleratore lineare è rappresentato schematicamente in fig. 10.

Il cannone elettronico ha una geometria del tipo di Pierce.

Il catodo pulsato, a tensione di 105 KV, è del tipo a riscaldamento indiretto mediante bombardamento di elettroni. Può produrre fino a 4 A di fascio.

L'ottica d'iniezione comprende tre lenti magnetiche sottili: 1-2-3 che focalizzano successivamente il fascio, il chopper 4 e il Prebuncher 5.

Il fascio di elettroni pulsato deve essere raggruppato in pacchetti adiacenti alla cresta della onda a radiofrequenza. Occorre inoltre che tali pacchetti siano quanto più possibile ristretti per dare la minima dispersione di energia all'uscita dell'acceleratore. Questo risultato viene raggiunto attraverso tre elementi: il Chopper, il Prebuncher e la prima guida acceleratrice della sezione alta corrente. Il chopper è una cavità rettangolare funzionante nel modo TE_{102} ed agisce sul fascio di elettroni con un campo trasverso che provvede a defletterlo per una parte del periodo. Nel caso considerato, il chopper lascia passare pacchetti di elettroni di 200° (gli angoli sono sempre riferiti alla RF).

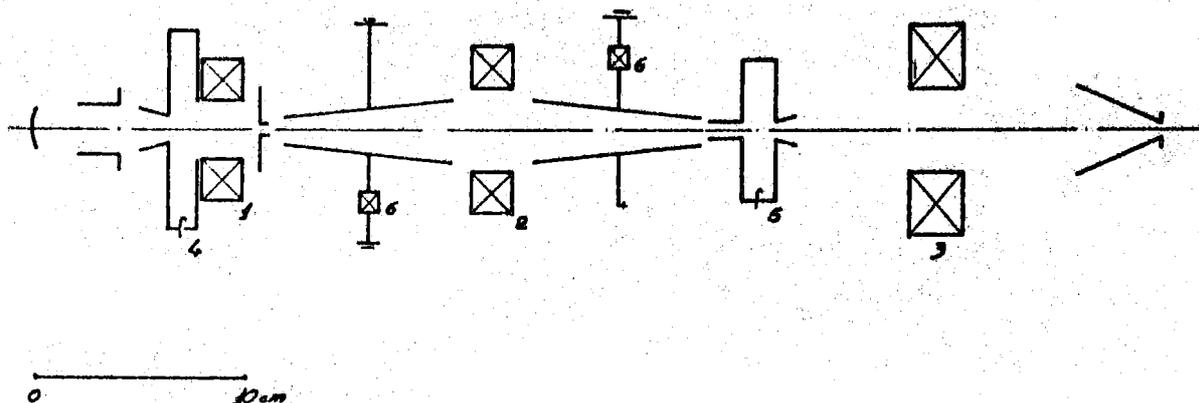


FIG. 10

Questo permette di eliminare una notevole percentuale degli elettroni che resterebbero alla fine dell'acceleratore con energia molto diversa da quella nominale desiderata.

Il Prebuncher è anch'esso una cavità RF nella quale un intenso campo elettrico assiale modula in velocità gli elettroni che l'attraversano. Ad esso segue uno spazio senza campo accelerante in cui gli elettroni si addensano in pacchetti già abbastanza ristretti all'ingresso dell'acceleratore.

L'azione di bunching è completata nella prima guida acceleratrice. Questa è una guida di struttura particolare, uniforme all'inizio, in modo da avere un campo elettrico assiale più intenso che migliora il rendimento di cattura, e poi a gradiente approssimativamente costante per 418 mA.

La guida accetta solo una parte del periodo, normalmente un angolo di 180° . Il miglior risultato si ha quindi regolando opportunamente Chopper e Prebuncher in modo da far cadere tutti gli elettroni entro l'angolo di fase accettato dalla guida.

Fanno parte del sistema d'iniezione anche due coppie di placchette defletttrici che sono riportate schematicamente in fig. 11.

La placchetta 2 è connessa a massa. La placchetta 4 viene mantenuta ad una certa tensione. Le placchette 1 - 3 sono alternativamente caricate ad una certa tensione, per la 3 pari alla tensione della placchetta 4, e scaricate a massa attraverso due tetrodi di potenza. La sequenza di funzionamento del sistema è la seguente. Le placchette 1, 3, 4 sono inizialmente ad una certa tensione. Il fascio è quindi deflesso dalle placchette 1, 2.

Un segnale di trigger rende conduttore il tetrodo I che scarica la 1 permettendo al fascio di passare dato che la 3 e la 4 sono alla stessa tensione. Il tempo di salita dell'impulso di fascio (10 + 90%) è dell'ordine di 5 nsec. Dopo un tempo stabilito, il tetrodo II conduce a sua volta scaricando la placchetta 3 e deflettendo il fascio.

E' così possibile ottenere durate d'impulso brevi fino a tempo di 10 nsec e impulsi singoli. E' anche possibile modulare il fascio ad una frequenza pari a quella delle

cavità acceleranti dell'anello di accumulazione (10 Mc/sec); in tal modo si può ottenere un'efficienza di cattura nell'anello pari a 1.

La carica accumulata per impulso di iniezione può così essere aumentata di un fattore circa due, qualora risulti possibile la modulazione completa del fascio nel linac, a parità di carica accelerata per impulso.

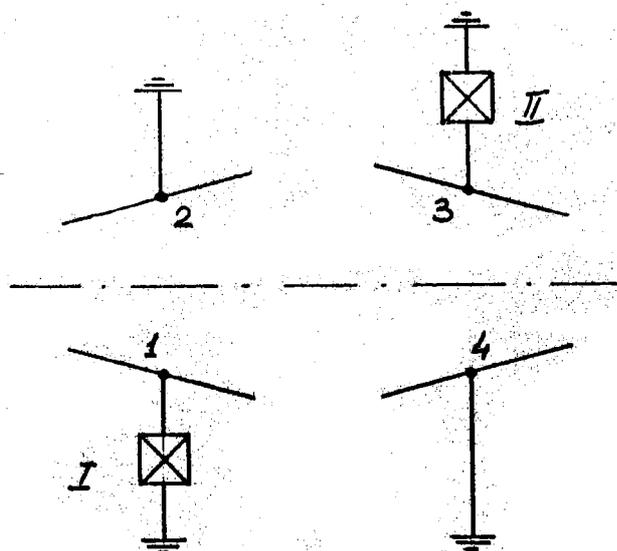


FIG. 11

6) SISTEMA A RADIOFREQUENZA -

La potenza a radiofrequenza necessaria al funzionamento dell'acceleratore lineare viene fornita alle guide da 8 klystrons tipo CFTH TH 2014 della Thomson-Varian.

I klystrons funzionano in banda S (2856 Mc/sec) e sono impulsati ciascuno da un modulatore che fornisce l'alimentazione in potenza.

Le caratteristiche principali dei klystrons sono:

Tensione d'impulso	251 KV
Corrente d'impulso	251 A
Potenza d'uscita, valore di picco	25 MW
Efficienza	40%
Guadagno	50 db

La potenza a RF necessaria per pilotare ogni klystron risulta, in base al guadagno, 250 W.

La potenza d'impulso fornita dal modulatore è di 63 MW.

Ciascun modulatore è costituito da una linea di ritardo che può essere parzialmente caricata in modo da fornire impulsi di diversa durata. La linea viene caricata in continua attraverso un'induttanza con un sistema di carica, risonante a controllo molto fine della tensione. La scarica della linea che produce l'impulso avviene attraverso un thyatron ad idrogeno in serie al primario di un trasformatore d'impulso il cui secondario è chiuso sul klystron.

Due sono i modi di funzionamento del modulatore. Le loro principali caratteristiche sono:

	Modo I	Modo II
Lunghezza d'impul. (flat top)	4,40	1,30 μ sec
Frequenza di ripetizione	250	700 pps
Duty cycle effettivo	1186×10^{-6}	1150×10^{-6} sec
Potenza di picco ai klystr.	63	63 MW
Potenza media ai klystrons	74,7	72,5 KW

I tempi di salita e di discesa dell'impulso (da 0 a 100% del valore di picco) sono di 0,6 μ sec.

La potenza a RF di pilotaggio dei klystrons viene fornita da un sistema assai semplice costituito da un oscillatore a cristallo e da due stadi amplificatori a TWT (travelling wave tubes). Il pilota è controllato a quarzo con una stabilità in frequenza, a lungo termine, di 10^{-7} e fornisce 250 mW c. w.

Questa uscita è amplificata da un tubo a onda viaggiante a 1 W c. w. e quindi da un altro TWT, pulsato da un apposito modulatore, che fornisce 1 KW di potenza di picco.

Questo stadio pilota direttamente il klystron n. 2 che, a sua volta, attraverso un opportuno sistema di partitori di potenza e di sfasatori, pilota gli altri cinque klystrons. Il sistema a RF è riportato, in forma schematica, in fig. 12.

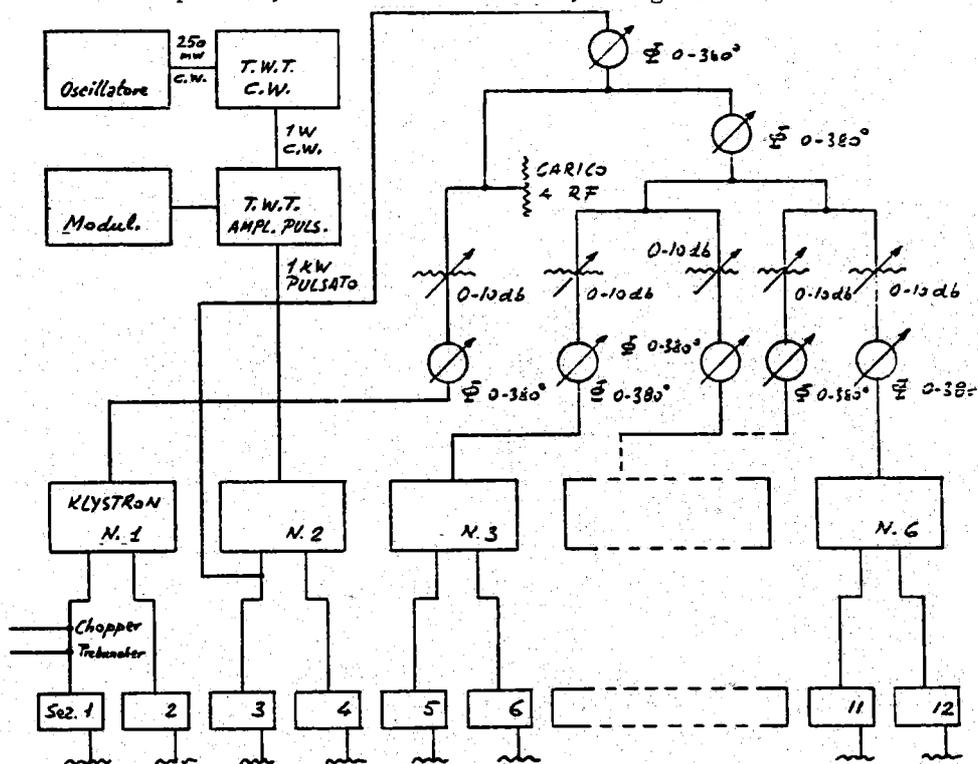


FIG. 12

La potenza a RF in uscita dai klystrons si divide in due guide d'onda rettangolari che la trasmettono all'inizio di due sezioni successive dell'acceleratore.

Da una delle guide d'onda che partono dal klystron n. 1 viene derivata l'alimentazione alle due cavità, chopper e Prebuncher.

7) CONVERTITORE -

La produzione di positroni nell'acceleratore lineare si ottiene per conversione del fascio di elettroni ad alta intensità e bassa energia (418 mA, 65 MeV), prodotto nella sezione alta corrente, in un fascio di positroni.

Il fascio di elettroni viene fatto collidere su una targhetta di tungsteno (97,5% W, 2,5% Ni) di spessore pari ad una lunghezza di radiazione: 3,5 mm. Si ha sviluppo di sciamme ed i positroni uscenti vengono, in parte, accettati dalla sezione alta energia dell'acceleratore.

A tal fine, subito dopo la targhetta è disposto un sistema ottico di cui si parlerà nel par. 8 e lungo le guide alta energia sono avvolti dei solenoidi. Questi vengono alimentati quando si passa al funzionamento a positroni e producono un campo magnetico assiale di 2400 Gauss lungo le guide acceleratrici. Occorre anche provvedere all'inversione di fase delle alimentazioni a RF alle guide alta energia in modo da avere accelerazione dei positroni. Il complesso del convertitore è studiato in modo da potere, a comando, introdurre od estrarre la targhetta e, quindi, alternare il funzionamento a positroni o ad elettroni.

La targhetta è forgiata ad anello ed è collegata ad un sistema oscillante mosso da un motore che la fa ruotare a 120 giri/min.

Questo al fine di evitare l'eccessivo sovrariscaldamento e la fusione del materiale che si verificherebbe qualora il fascio di elettroni colpisse sempre lo stesso punto o la stessa zona della targhetta.

E' risultata, in base alla prova di un programma di calcolo condotta presso i Laboratori di Frascati, una perdita di energia per ionizzazione nello spessore della targhetta di ca. 16 MeV⁽¹⁰⁾.

Dato l'ordine di grandezza della durata degli impulsi, pochi μ sec., la trasformazione che avviene nel punto colpito dal fascio può essere considerata adiabatica durante i primi istanti.

Il calore ceduto risulta:

$$Q = I \Delta V \tau \cdot J$$

dove:

- I corrente di fascio I = 418 mA;
- ΔV energia ceduta in eV, $\Delta V = 16 \times 10^6$ V;
- τ durata massima dell'impulso di fascio = 3,2 μ sec;
- J equivalente termico dell'energia = (1/4.18) cal/Joule.

Questo calore si accumula in un cilindretto di diametro d all'incirca pari al diametro del fascio incidente e la sovratemperatura raggiunta risulta dalla relazione:

$$(7) \quad \rho c \frac{\pi d^2}{4} \Delta T = I \Delta V \tau J$$

dove:

- ρ densità del materiale della targhetta = 19 gr/cm³ per il tungsteno;
- c calore specifico del materiale = 0,035 Cal/gr. °C per il tungsteno;
- ℓ lunghezza del convertitore.

Quindi:

$$(8) \quad \Delta T = \frac{Q}{\rho c \frac{\pi d^2}{4} \ell}$$

Dalla (8) risulta che non è possibile ridurre oltre certi limiti il diametro d del fascio perchè altrimenti la sovratemperatura massima raggiunta nel punto di impatto supera i valori ammissibili.

Nel nostro caso, introducendo i valori indicati, si ottiene:

$$Q = 5,1 \text{ Cal}; \quad \Delta T = \frac{28}{d^2} \quad \text{con } d \text{ in cm}$$

e per tre diversi valori di d si hanno i seguenti valori di sovratemperatura:

d mm	ΔT °C
0,5	11.200
1	2.800
2	700

Appare che non è adottabile un diametro di 0,5 mm.

La rotazione del convertitore evita che la frequenza di ripetizione degli impulsi che colpiscono lo stesso punto sia troppo alta. Dato che il numero di giri del disco è 2 gi/ri/sec e tenendo conto delle dimensioni del disco, ogni punto è colpito da due impulsi per secondo. In base a calcoli approssimati condotti basandosi sulle dimensioni indicate, la sovratemperatura media del disco non supera i 100°C. L'asportazione del calore prodotto avviene per circolazione di acqua in un tubo saldato alla periferia del convertitore.

Il calcolo dell'intensità di positroni disponibili è stato eseguito servendosi dei risultati sperimentali ottenuti ad Orsay⁽⁹⁾; da essi si può ricavare la seguente formula, valida per energie del primario comprese tra 50 e 220 MeV, per energie dei positroni di 10 + 15 MeV e per convertitori dello spessore di 1 + 1,5 lunghezze di radiazione.

$$i_+ = 240 \left(1 - \frac{25}{V_-}\right) \Delta V_+ \Omega \times P \quad (\mu A)$$

dove:

V_-	energia degli elettroni incidenti MeV;
ΔV_+	spread di energia dei positroni accettato per l'accelerazione, in MeV;
Ω	angolo solido in sterad, accettato per l'accelerazione;
P	potenza di picco del fascio di elettroni sul convertitore MW.

Nel caso dell'acceleratore di Frascati:

$V_- = 65 \text{ MeV}$, $P = 27,2 \text{ MW}$ si ha:

$$i_+ = 4020 \Delta V_+ \Omega \quad (\mu A)$$

ΔV_+ ed Ω dipendono dalle caratteristiche del sistema ottico che segue la targhetta e di questo si parlerà nel paragrafo seguente.

8) OTTICA DI TRASPORTO DEI POSITRONI -

La parte di acceleratore che segue il convertitore è attrezzata in modo particolare per poter ricevere ed accelerare il maggior numero possibile di positroni.

A tal fine, è stato studiato un sistema ottico costituito da una lente magnetica

di adattamento, a breve distanza focale, disposta subito dopo la targhetta, e da otto solenoidi avvolti uno su ciascuna guida acceleratrice della sezione alta energia. Questi ultimi creano un campo magnetico assiale statico uniforme nelle guide alta energia.

Prima del convertitore, è situato un tripletto di quadrupoli che focalizzano il fascio di elettroni sulla targhetta restringendolo a diametri dell'ordine di $1 + 2$ mm sul bersaglio.

Quando si vuole passare al funzionamento a positroni, oltre a invertire la fase della RF per i quattro klystrons della sezione alta energia, occorre alimentare le lenti ed i solenoidi.

Tutto il sistema è stato calcolato prendendo un'energia centrale dei positroni di 10 MeV. Questo è confortato dai recenti risultati sperimentali di Aggson e Burnod ad Orsay⁽⁹⁾ che mostrano un massimo della curva dell'efficienza di conversione elettroni - positroni che varia tra 20 e 10 MeV alle varie energie di elettroni prese in esame (220 - 165 - 110 - 55 MeV) ed alle varie lunghezze di targhetta (variabili intorno ad una lunghezza di radiazione).

Il massimo tende a spostarsi verso 10 MeV al diminuire dell'energia degli elettroni incidenti verso 55 MeV. In prima approssimazione, ai fini del calcolo, si è assunta una distribuzione uniforme dell'efficienza di conversione nella zona di energie intorno a 10 MeV che ci interessa. Tale zona è infatti abbastanza ristretta, dato il limite imposto all'energia finale. Questa deve variare, ai fini dell'iniezione dei positroni in un anello di accumulazione, entro il $\pm 0,5\%$ dell'energia finale, quindi entro una zona di 3,5 MeV intorno a 10 MeV.

La distribuzione angolare e la distribuzione radiale dei positroni uscenti non sono note con sufficiente accuratezza. Per la prima, dato che l'angolo solido accettato dall'ottica è molto piccolo, possiamo limitarci a considerarla uniforme. La seconda, ai fini di un calcolo di prima approssimazione, non interessa in quanto si assume la sorgente puntiforme.

Dato che sono note le caratteristiche richieste al fascio all'uscita dell'acceleratore, è da qui che conviene risalire alle caratteristiche dell'ottica.

L'intensità del campo magnetico assiale nelle guide ad alta energia è legata alla zona utile di guida.

Questa è determinata dalla sezione trasversa di guida acceleratrice utile ai fini dell'accelerazione di particelle entro la banda di energia di $\pm 0,5\%$ dell'energia finale e con emittanza complessiva 10^{-3} rad cm.

Due sono gli effetti che limitano la zona utile ad una parte della sezione dei fori nei dischi.

Le particelle cariche viaggiano nel campo magnetico assiale lungo la sezione alta energia secondo delle eliche. Le differenze di percorso che ne derivano portano ad un allargamento della banda di energia. Non risultano utili le particelle che percorrono eliche con raggi troppo grandi e ne deriva una limitazione sulla sezione utile.

Questa limitazione sarebbe valida anche nel caso che la componente fondamentale del campo elettrico assiale (velocità di fase eguale a c) fosse costante al variare del raggio entro l'apertura delle iridi secondo la teoria delle strutture caricate con dischi di spessore infinitamente sottile⁽¹⁾. Nel caso reale di dischi di spessore finito, la componente assiale del campo elettrico varia col raggio in modo difficilmente calcolabile. Sull'argomento non vi sono neppure misure sperimentali sufficientemente attendibili; si può comunque dire che a distanza di 1 cm dall'asse la variazione relativa del campo assiale è dell'ordine dell'1%.

Variazioni nel valore del campo assiale al variare del raggio, accentuano l'effetto sull'energia dovuto alle differenti lunghezze delle eliche e le componenti radiali po

trebbero eliminare le particelle che venissero a trovarsi, lungo la loro traiettoria, in prossimità dei bordi dei dischi.

Consideriamo in prima approssimazione, come zona utile un cilindro di diametro 2 cm coassiale alla guida ed in seguito valuteremo l'effetto sull'energia delle differenze di percorso delle eliche.

Poichè l'emittanza del fascio di positroni accettato dall'anello è di 10^{-3} rad cm dovrà essere (v. fig. 13)

$$\frac{Pr}{Pz_2} \cdot r = 10^{-3} \text{ rad cm}$$

dove p_r momento radiale inalterato lungo l'acceleratore per l'assenza di campi radiali, p_{z_2} momento assiale all'estremità dell'acceleratore.

I positroni escono tutti da un punto sull'asse dell'acceleratore (targhetta) e si trovano soggetti all'azione successivamente di due campi magnetici statici diretti secondo l'asse ed uniformi nella sezione della guida: quello della lente di adattamento e quello dei solenoidi delle guide. Contemporaneamente sono accelerati.

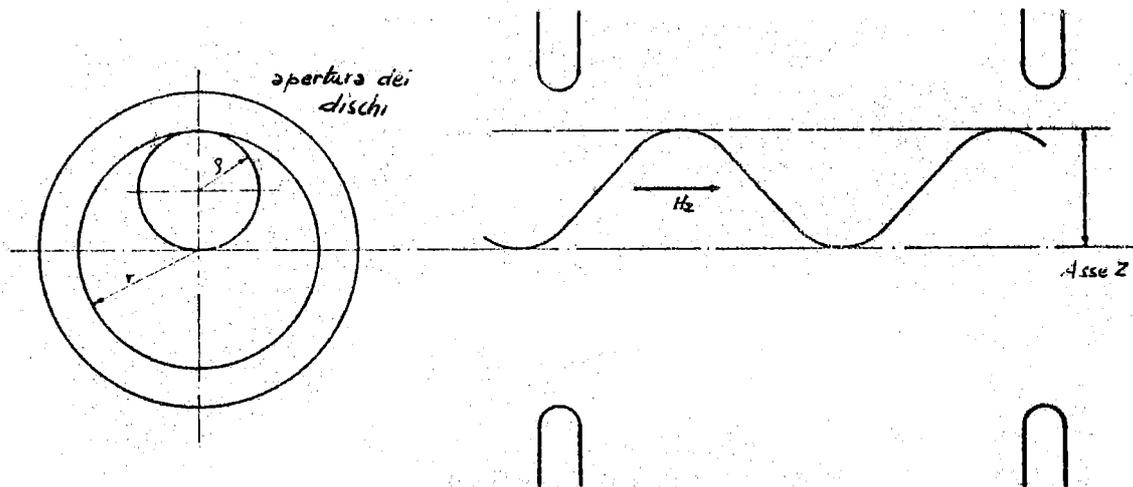


FIG. 13

Nel loro moto, descrivono quindi una traiettoria elicoidale con passo crescente al crescere dell'energia e diametro costante.

Poichè escono dall'asse, il raggio massimo delle eliche è legato al raggio della zona utile di guida r dalla relazione:

$$r = 2\rho$$

Indicando con H_2 il campo magnetico del solenoide, il raggio dell'elica ρ è dato da:

$$\rho = \frac{Pr}{eH_2}$$

e, sostituendo nell'espressione dell'emittanza, si ha:

$$H_2 \rho^2 = 0,853 \left(\frac{Pz_2}{m_0 c} \right)$$

dove m_0 : massa a riposo del positrone. L'energia finale dei positroni è di 358 MeV quindi $Pz_2/m_0c = 702$ e:

$$(10) \quad H_2 \vartheta^2 = 600 \text{ Gauss cm}^2 \quad (\text{con } H_2 \text{ in gauss; } \vartheta \text{ in cm}).$$

per $\vartheta = 0.5 \text{ cm}$, risulta:

$$H_2 = 2400 \text{ Gauss}.$$

Il valore del campo H_2 nel solenoide resta quindi fissato una volta noto il raggio della zona utile della guida ed il massimo momento radiale accettato.

La lente di adattamento proposta dalla ditta è costituita da un solenoide corto (v. fig. 14)^(x) il cui campo magnetico è indicato con H_1 e la cui lunghezza è pari a mezzo periodo di ciclotrone T_c per i positroni da 10 MeV, dove:

$$T_c = \frac{2\pi V \times 10^6}{300 H_1} \quad \text{cm}$$

nell'approssimazione ultrarelativistica $cp_z \approx V$. V energia totale dei positroni: $V = V_0 = 10,5 \text{ MeV}$ per i positroni a energia centrale per cui

$$T_{co} = \frac{2\pi V_0 \times 10^6}{300 H_1} \quad -$$

Il solenoide corto è equivalente ad una lente convergente di lunghezza focale $f = (1/\pi) T_c$.

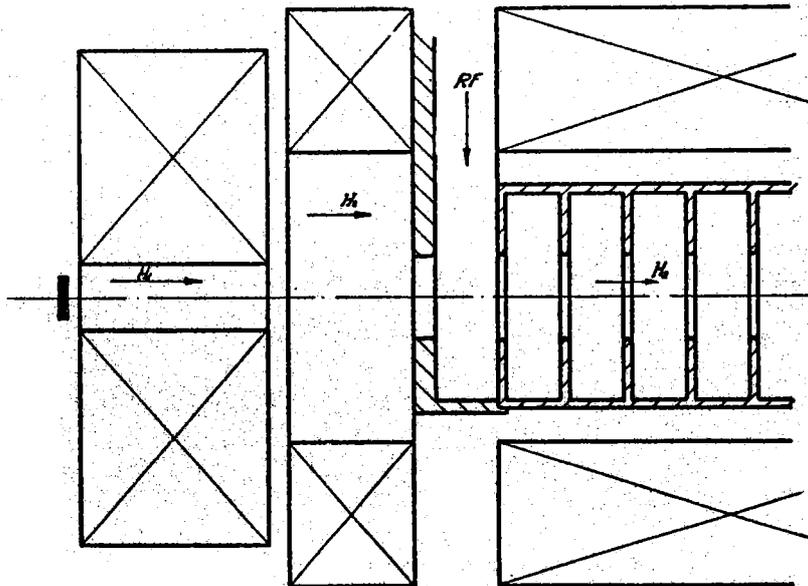


FIG. 14

L'angolo max di emissione al convertitore dei positroni accettati e risulta quindi:

$$\theta = \frac{2\pi \vartheta}{T_{co}}$$

(x) - La fig. 14 non è in scala ed è puramente indicativa

26.

da cui semplificando:

$$(11) \quad \theta = 300 \frac{H_1 \xi}{V_0} 10^{-6} \text{ rad.}$$

L'angolo solido corrispondente vale:

$$(12) \quad \Omega = \pi \theta^2$$

Calcolando i valori di queste grandezze per i positroni da 10,5 MeV, energia totale, si ottiene:

$$\theta = 28,5 \times 10^{-6} H_1 \xi ; \quad \Omega = 2,56 \times 10^{-9} H_1^2 \xi^2$$

Per risolvere il nostro problema, cioè determinare il campo H_1 nel solenoide corto, e ricavare il numero di positroni accettati, occorre esaminare quello che avviene al passaggio dal campo H_1 al campo H_2 , sia per i positroni da 10,5 MeV che per quelli ad energia diversa.

I positroni da 10,5 MeV, nel cammino percorso entro il campo del solenoide corto, descrivono un semiperiodo di elica e convertono il loro momento trasverso, che era puramente radiale all'emissione dalla targhetta: punto A, in un momento puramente azimutale: punto B (v. fig. 15).

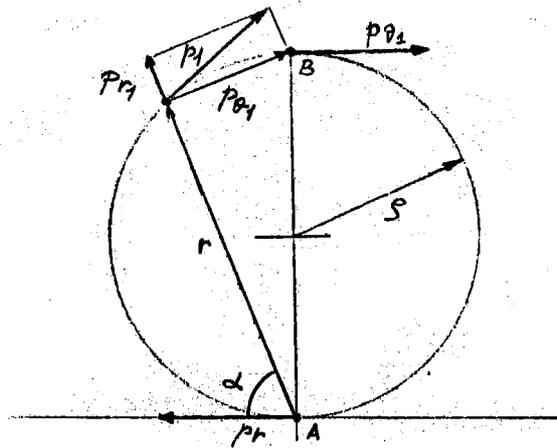


FIG. 15

Con gli indici 1, 2 si indicano i valori delle varie grandezze rispettivamente nei campi H_1 H_2 .

Al passaggio attraverso il campo di fringing del solenoide corto, nell'ipotesi che questo occupi una zona abbastanza ristretta (ipotesi, del resto, che corrisponde discretamente alla realtà) il momento longitudinale delle particelle subisce una lievissima alterazione dovuta alla forza di Lorentz originata dal momento $p_{\theta 1}$ (v. fig. 16) che possiamo trascurare.

La forza di Lorentz dovuta alla presenza del momento longitudinale vale:

$$e\tilde{v} \times \tilde{H}_{r1} = \tilde{f}_1$$

Dove H_{r1} è la componente radiale del campo di fringing del solenoide corto. Anche la componente longitudinale del campo di fringing determina un momento radiale nel moto della

è il raggio vettore della particella all'uscita dal solenoide corto, pari a due volte il raggio dell'elica percorsa, è uguale al flusso del campo di fringing attraverso la superficie laterale dello stesso cilindro contata, in prima approssimazione, a partire dalla sezione S di uscita dal solenoide. Si ha quindi:

$$\pi r^2 H_1 = 2 \pi r \int H_{r1} dz$$

da cui:

$$\int H_{r1} dz = \frac{r}{2} H_1$$

e, ricordando la relazione che lega r a β e β al momento trasverso della particella:

$$-e \int H_{r1} dz = \Delta p_{\theta 1} = -p_{\theta 1}$$

Il momento azimutale delle particelle sincrone all'uscita dal primo solenoide, momento che coincide col loro trasverso, è quindi annullato al passaggio attraverso il campo di fringing del solenoide corto.

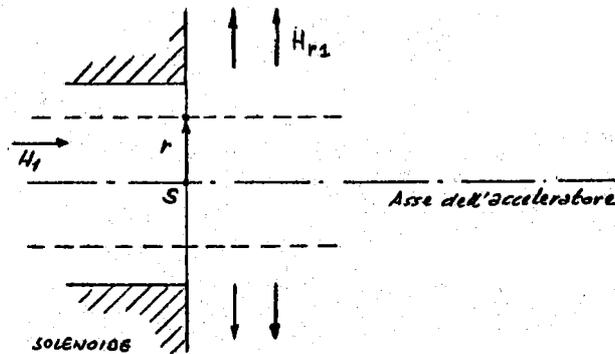


FIG. 17

Al passaggio attraverso il campo H_{r2} , si ha in modo analogo:

$$\Delta p_{\theta 2} = \frac{er}{2} H_2$$

per cui, in definitiva, il momento azimutale delle particelle nel solenoide lungo risulta:

$$p_{\theta 2} = \frac{er}{2} H_2$$

e il rapporto $p_{\theta 2}/p_{\theta 1}$ vale:

$$\frac{p_{\theta 2}}{p_{\theta 1}} = \frac{H_2}{H_1}$$

Quindi le particelle sincrone, nel campo H_2 , percorrono eliche di raggio eguale a quello delle eliche nel campo H_1 .

Le cose sono notevolmente più complicate per particelle di energia non sincrona. Queste hanno periodo di ciclotrone nel campo H_1 diverso da T_{co} .

Se V è la loro energia totale, si ha:

$$\frac{T_{co}}{T_c} = \frac{p_{z0}}{p_z} \approx \frac{V_0}{V}$$

p_{z0} , p_z momenti longitudinali all'emissione, per particelle sincrone e non rispettivamente.

La loro posizione angolare all'estremità del solenoide corto non è $\pi/2$ ma α , (v. fig. 15) dove α risulta:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{V_0}{V}$$

Indicando con p_1 il momento trasverso iniziale delle particelle si ha che:

$$p_{r1} = p_1 \cos \alpha ; \quad p_{\theta 1} = p_1 \sin \alpha$$

Al passaggio attraverso i campi di fringing dei due solenoidi, il momento radiale resta inalterato, essendo parallelo a tali campi, mentre il momento azimutale viene alterato nel rapporto dei campi.

$$p_{r2} = p_{r1} = p_1 \cos \alpha \quad p_{\theta 2} = p_{\theta 1} \frac{H_2}{H_1} = \frac{H_2}{H_1} p_1 \sin \alpha$$

Il momento trasverso p_2 nel campo H_2 risulta quindi:

$$p_2 = p_1 \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 \sin^2 \alpha}$$

e poichè

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{H_2 \rho_2}{H_1 \rho_1}$$

si ha che:

$$(13) \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2 \cos^2 \alpha}$$

rapporto dei raggi delle eliche descritte nei due campi H_2 , H_1 .

Ricordando la (11) e la (12) si ha che:

$$(14) \quad \mathcal{R} = \pi (300 \cdot 10^{-6})^2 \frac{H_1^2 \rho_1^2}{V^2}$$

e, nel caso delle particelle a 10,5 MeV, poichè $\rho_1 = \rho_2$, si ha:

$$(15) \quad \mathcal{R}_0 = \pi (300 \cdot 10^{-6})^2 \frac{H_1^2 \rho_2^2}{V_0^2}$$

Il raggio massimo ammissibile ρ_2 delle eliche nel campo del solenoide lungo è lo stesso per particelle di qualsiasi energia, quindi dividendo la (11) per la (12) si ha:

$$(16) \quad \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^2$$

che diventa, sostituendo la (13):

$$(17) \quad \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N}_0} = \frac{\left(\frac{V_0}{V}\right)^2}{\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_0}{V}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_0}{V}\right)}$$

Ricordando la (15) e la (9), poichè p_r è una grandezza il cui valore massimo, che è quello che ci interessa, è fissato dal valore dell'emittanza ammessa, per sostituzione nella (17) si ricava:

$$\mathcal{N} = \frac{\pi (300 \cdot 10^{-6})^2 \frac{P_r^2}{e^2 V^2}}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_0}{V}\right) + \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_0}{V}\right)}$$

che ci dà l'andamento dell'angolo solido accettato dalla sezione alta energia in funzione dell'energia totale V delle particelle con parametro H_2/H_1 .

Determinando la curva \mathcal{N} in funzione di V , l'area racchiusa tra le ordinate $V_0 - \Delta V$, $V_0 + \Delta V$, con $\Delta V = 3,5/2$ MeV, rappresenta il termine $\mathcal{N} \Delta V$, che, introdotto nelle relazioni che danno la corrente di positroni uscente da una targhetta, fornisce la corrente utile di positroni.

Il valore del rapporto H_2/H_1 va scelto in modo da massimizzare quest'area. Ora H_2 è fissato dalle dimensioni geometriche utili della guida e dal valore massimo ammesso per p_r .

Ne deriva che, per ogni valore di energia V , l'angolo solido \mathcal{N} è tanto maggiore quanto maggiore è H_1 .

Nel nostro caso il campo H_1 realizzato è di 17700 Gauss. Ad esso corrisponde $T_{CO}/2 = 6,2$ cm, cioè una lunghezza focale di 4 cm.

Il valore di \mathcal{N}_0 per $H_1 = 17700$ Gauss risulta:

$$\mathcal{N}_0 = 0,20 \text{ sterad}$$

In tabella I sono riportati i valori di $\mathcal{N}/\mathcal{N}_0$ in funzione dell'energia delle particelle per $H_1 = 17700$ Gauss, $H_2 = 2400$ Gauss e nella fig. 18 è tracciata la curva corrispondente:

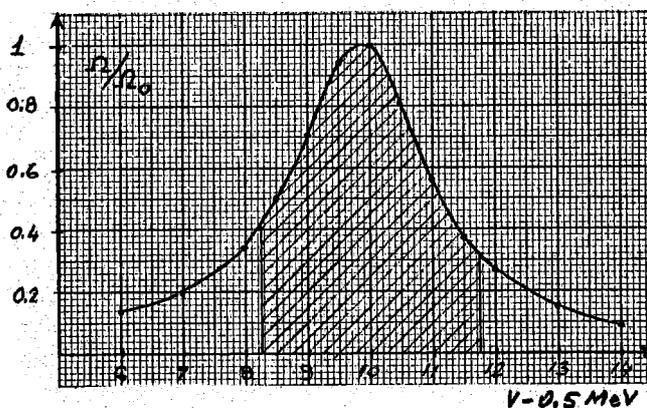


FIG. 18

TABELLA I

V-0,5 MeV	Ω/Ω_0	V-0,5 MeV	Ω/Ω_0
6	0,139	10,5	0,801
7	0,195	11	0,564
8	0,346	11,5	0,374
8,5	0,494	12	0,268
9	0,717	13	0,149
9,5	0,948	14	0,093
10	1		

Calcolando l'area $\Omega \Delta V$, risulta, con i dati forniti $\Omega \Delta V = 0,4$ sterad MeV.

Dall'equazione (7), la corrente di positroni totale accelerata risulta $i^+ = 4020,0,4 = 1600 \mu A$. Questa corrente risulta entro un'emittanza di 10^{-3} rad cm.

In tabella II, sono riportati i valori del prodotto $\Omega \Delta V$ per varie coppie di valori di H_1 , H_2 e le correnti utili di positroni corrispondenti assumendo come raggio utile 1cm.

TABELLA II

H_1 (gs)	H_2 (gs)	$\Omega \Delta V$ (MeV ster.)	Corr. tot. di pos. (μA)
17.700	2.400	0,4	1.600
12.500	2.400	0,246	990
2.400	2.400	0,053	210

Dalla tabella risulta la convenienza di usare un alto campo H_1 . Qualora il raggio della zona utile, secondo la definizione che ne è stata data, fosse minore di 1 cm, a causa di disuniformità nella distribuzione del campo elettrico assiale, converrebbe ricorrere a valori più elevati del campo H_2 .

A scopo esemplificativo è riportata la tabella III in cui sono dati i valori della corrente di positroni per due valori del raggio della zona utile e diverse coppie di valori di H_1 , H_2 .

Sono riportati anche i valori del raggio massimo delle eliche nel campo del solenoide lungo calcolati in base alla relazione (10) introducendovi il valore di H_2 fissato.

Questi raggi delimiterebbero la zona di fascio la cui emittanza finale è minore od uguale a 10^{-3} rad. cm, in assenza di variazioni nel campo elettrico al variare del raggio.

I valori delle correnti accettate si alterano, a parità di coppia H_1 , H_2 in modo direttamente proporzionale al quadrato del rapporto dei raggi utili come risulta dalla relazione (16).

Come è stato già accennato, il fatto che le particelle percorrano orbite elicoidali diverse va considerato dal punto di vista della dispersione in energia corrispondente.

Prescindendo dalle possibili variazioni del campo elettrico assiale al variare del

raggio, occorre valutare la differenza tra la lunghezza delle varie eliche e la lunghezza del percorso delle particelle sincrone (energia totale 10,5 MeV) uscenti dalla targhetta parallelamente all'asse.

A tale differenza di percorso corrisponde uno sfasamento rispetto alla fase sin cronica dell'onda a radiofrequenza.

TABELLA III

H ₁ (gs)	H ₂ (gs)	Raggio del fascio utile (cm)	Raggio della elica max (cm)	Corr. tot. di posit. (μA)
17.700	2.400	1	0,5	1.600
17.700	2.400	0,5	0,5	400
17.700	4.000	0,5	0,386	560
12.500	2.400	1	0,5	990
12.500	2.400	0,5	0,5	210
12.500	4.000	0,5	0,386	320
2.400	2.400	1	0,5	210
2.400	2.400	0,5	0,5	52

Consideriamo il moto delle particelle nel campo magnetico assiale costante della sezione alta energia.

Indichiamo con E il valore di picco della componente fondamentale del campo elettrico assiale; con E' l'energia acquisita dalle particelle sincrone lungo il percorso di 1 m, energia che differisce da quella acquisita dalle particelle non sincrone per infinitesimi di secondo ordine ed è data, nel caso di struttura a gradiente costante da:

$$(18) \quad E' = \frac{E_f - E_i}{L_0}$$

dove E_f energia finale delle particelle sincrone

E_i energia iniziale delle particelle sincrone.

La traiettoria delle particelle accelerate nel campo del solenoide lungo la sezione alta energia è descritta dalle equazioni, in coordinate polari riferite ad O (v. fig. 19)

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \frac{2 \cdot E_i \cdot \theta_i}{e H c} \operatorname{sen} \psi \\ \psi = \frac{e H c}{2 E'} \ln \left(1 + \frac{E'}{E_i} Z \right) \end{array} \right.$$

con: H campo magnetico del solenoide in Gauss;

θ_i divergenza angolare delle particelle rispetto all'asse dell'acceleratore all'inizio della sezione alta energia.

Si utilizza l'approssimazione ultrarelativistica:

$pc \simeq E_i$, con p momento longitudinale.

Passando a coordinate cartesiane riferite al sistema di assi coordinati x, y con centro in O' si hanno le equazioni:

$$x = \rho \cos \gamma = \rho \cos \left[\frac{eHc}{E'} \ln \left(1 + \frac{E'}{E_i} z \right) \right]$$

$$y = \rho \sin \gamma = \rho \sin \left[\frac{eHc}{E'} \ln \left(1 + \frac{E'}{E_i} z \right) \right]$$

dove ρ , raggio dell'elica, è dato da:

$$\rho = \frac{E_i \theta_i}{eHc}$$

Calcoliamo la maggior lunghezza dell'elica rispetto alla lunghezza sull'asse L_0 . L'elemento ds è dato da:

$$ds = \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} \quad dz = \sqrt{1 + \frac{\theta_i^2}{\left(1 + \frac{E'}{E_i} z\right)^2}} dz$$

Per $\theta_i^2 \ll 1$ si può approssimare:

$$ds \approx \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\theta_i^2}{\left(1 + \frac{E'}{E_i} z\right)^2} \right] dz$$

L'allungamento dell'elica al punto z , vale quindi:

$$\delta L_z = \int_0^z ds - z = \frac{\theta_i^2}{2} \frac{z}{1 + \frac{E'}{E_i} z}$$

Sull'intera lunghezza dell'asse si ha:

$$\delta L = \frac{\theta_i^2}{2} \frac{L_0}{1 + \frac{E'}{E_i} L_0}$$

Lo sfasamento corrispondente al punto z vale:

$$\delta \varphi_z = \frac{2\pi}{\lambda} \delta L_z = \frac{\pi}{\lambda} \theta_i^2 \frac{z}{1 + \frac{E'}{E_i} z}$$

dove λ lunghezza d'onda della radiofrequenza e, su tutta la lunghezza L_0

$$\delta \varphi = \frac{\pi}{\lambda} \theta_i^2 L_0 \frac{E_i}{E_f}$$

ricordando l'espressione (18) di E' .

Da questo sfasamento $\delta\psi$ deriva una variazione nell'energia finale rispetto a quella sincrona.

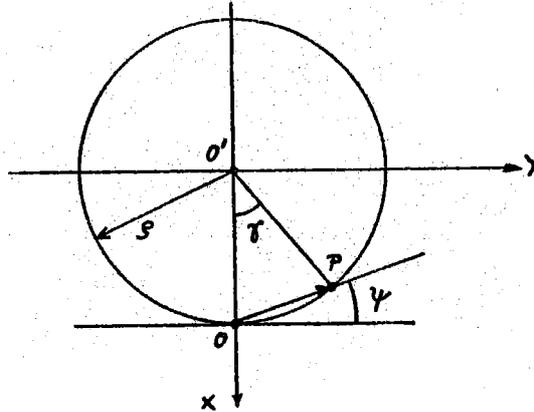


FIG. 19

Indichiamo con ψ la fase delle particelle sincrone rispetto al picco dell'onda a radiofrequenza.

L'energia finale di tali particelle vale allora:

$$E_f = EL_0 \cos\psi + E_i$$

Per le particelle aventi angolo di divergenza iniziale θ_i ed energia iniziale E_i , l'energia finale risulta:

$$E_f' = \int_0^{L_0} E \cos(\psi + \delta\psi_z) dz + E_i$$

Ricordando che $\delta\psi_z \ll 1$ e sviluppando, si ottiene la variazione nell'energia finale dovuta all'allungamento dell'elica:

$$(19) \quad \frac{\delta E_f}{E_f} = \frac{E_f - E_f'}{E_f} = \frac{\pi^2 \theta_i^4}{\lambda^2} \frac{E_i}{E_f - E_i} L_0^2 \left[\frac{2 E_i}{E_f - E_i} - \frac{E_i}{E_f} - \frac{2 E_i^2}{(E_f - E_i)^2} \ln \frac{E_f}{E_i} \right] +$$

$$+ \tan\psi \frac{\pi \theta_i^2}{\lambda} \frac{E_i}{E_f - E_i} L_0 \left[1 - \frac{E_i}{E_f - E_i} \ln \frac{E_f}{E_i} \right]$$

Quando, come nel nostro caso, $E_i \ll E_f$, trascurando E_i rispetto ad E_f nella (19) si ha:

$$\frac{\delta E_f}{E_f} = \frac{\pi^2 \theta_i^4}{\lambda^2} \frac{E_i^2}{E_f^2} L_0^2 \left[1 - \frac{2 E_i}{E_f} \ln \frac{E_f}{E_i} \right] + \tan\psi \frac{\pi \theta_i^2}{\lambda} L_0 \frac{E_i}{E_f} \left[1 - \frac{E_i}{E_f} \ln \frac{E_f}{E_i} \right]$$

Il primo termine del secondo membro appare senz'altro trascurabile rispetto al secondo appena ψ abbia l'entità di pochi gradi.

Quanto esposto vale per particelle che vengono accelerate mentre spiralizzano nel campo magnetico. Quando il campo elettrico accelerante manca, come avviene nel solenoide lento, occorre porre $E' = 0$, quindi $E_f = E_i$, nelle relazioni precedenti.

Come risultato si ha semplicemente uno sfasamento tra particelle sincrone uscenti parallelamente all'asse e divergenti rispetto all'asse. Per particelle non sincrone il fenomeno si accentuerebbe ma, data la piccola estensione della banda di energia accettata rispetto all'energia finale, in prima approssimazione possiamo trascurare questo effetto.

Lo sfasamento alla fine del solenoide lento risulta quindi:

$$\delta\varphi_1 = \frac{\pi}{\lambda} \theta_{i1}^2 L_1$$

dove L_1 lunghezza del solenoide corto e θ_{i1} , angolo di divergenza massima:

$$\theta_{i1} = \frac{\pi \rho_1}{L_1}$$

essendo la lunghezza L_1 pari a mezzo periodo di ciclotrone per particelle sincrone. Questo angolo di sfasamento introdotto nel moto delle particelle peggiora evidentemente la situazione nella sezione alta energia perchè va ad aggiungersi a quello dovuto alla spiralizzazione delle particelle nel campo H del solenoide lungo.

Si ottiene infatti che l'energia delle particelle a massima divergenza angolare θ_i all'ingresso della sezione alta energia risulta:

$$E_f' = E_i + \int_0^{L_0} E \cos(\varphi + \delta\varphi_1 + \delta\varphi) dz$$

e quindi, la massima dispersione in energia coll'approssimazione sopra fatta e trascurando E_i rispetto ad E_f vale:

$$(20) \quad \frac{\delta E_f}{E_f} = 1 - \frac{\cos(\varphi + \delta\varphi_1)}{\cos\varphi} + \frac{\cos(\varphi + \delta\varphi_1)}{\cos\varphi} \frac{\pi^2 \theta_{i1}^4}{\lambda^2} \frac{E_i^2}{E_f^2} L_0^2 \left[1 - \frac{2E_i}{E_f} \ln \frac{E_f}{E_i} \right] +$$

$$+ \frac{\sin(\varphi + \delta\varphi_1)}{\cos\varphi} \frac{\pi \theta_{i1}^2}{\lambda} L_0 \frac{E_i}{E_f} \left[1 - \frac{E_i}{E_f} \ln \frac{E_f}{E_i} \right].$$

Come esempio, applichiamo le relazioni ottenute al caso dell'acceleratore di Frascati. In questo caso:

$$E_i = 10,5 \text{ MeV}$$

$$L_1 = 0,062 \text{ m}$$

$$E_f = 358 \text{ MeV}$$

$$L_0 = 8 \times 5,04 = 40,32 \text{ m}$$

$$\lambda = c/f = 0,105 \text{ m}$$

$$\rho_1 = 0,005 \text{ m}$$

Si ottiene:

$$\theta_{i1} = 0,253 \text{ rad;}$$

$$\delta\varphi_1 = 0,118 \text{ rad} = 6,8^\circ$$

Occorre poi valutare θ_i ,
 Nell'approssimazione già usata:

$$p_r = \frac{E_i}{c} \sin \theta_i \approx \frac{E_i}{c} \theta_i$$

data l'entità di $\theta_i \cdot p_r$ momento radiale delle particelle.
 D'altra parte:

$$p_r = eHc$$

e quindi

$$\theta_i = \frac{c e H \int}{E_i}$$

Coi valori dati, risulta:

$$\theta_i = 0,0344 \text{ rad.}$$

I pacchetti di elettroni che giungono sul convertitore hanno una larghezza di 8° . Nella lente di adattamento subiscono un allargamento a $8^\circ + 6,8^\circ = 14,8^\circ$. Ammettendo di centrarli, all'inizio della sezione alta energia, sulla cresta dell'onda a radiofrequenza, si ottiene:

$$\varphi = 0; \quad \delta \varphi_1 = \frac{14,8'}{2} = 7,4^\circ.$$

Calcolando il $\frac{\delta E_f}{E_f}$, risulta:

$$\frac{\delta E_f}{E_f} = 0,013.$$

Questo prescindendo totalmente dalle altre cause che possono, come si è visto al par. 2, provocare spostamenti di fase del centro del pacchetto e che andrebbero anche essi introdotti, sotto forma di un angolo $\neq 0$ nella equazione (20).

In base ai valori stimati per questi fattori, la parte di corrente totale calcolata che dovrebbe cadere entro un intervallo di energia di $\pm 0,5\%$ dell'energia centrale alla fine dell'acceleratore risulta il 30% del valore dato di 1,6 mA, per un raggio utile di 1 cm. Se dovesse risultare un raggio utile effettivo minore di 1 cm, il valore di corrente totale si ridurrebbe secondo il quadrato del rapporto dei raggi. Il fattore di riduzione per la corrispondente corrente utile sarebbe lievemente minore, perchè minor peso avrebbero gli effetti di spread di energia dovuti alle diverse lunghezze delle eliche.

BIBLIOGRAFIA -

- 1) E. L. Chu and W. M. Hansen, The Theory of Disk Loaded Wave Guides - J. Appl. Phys. 18, Nov. (1947).
- 2) M. S. Livingston and J. P. Blewett, Particle Accelerators (Mc Graw Hill Company, Inc. 1962) pag. 310.
- 3) R. B. Neal, Desing of Linear Accelerators with Beam Loading - J. Appl. Phys. 29, 1019 (1958).
- 4) R. B. Neal, Comparison of the Constant Gradient and Uniform Accelerator Structures;
W. W. Hansen Laboratories Stanford University M. Report n. 259 (March 1961).
- 5) Panofsky, Linear Accelerator Progress at Stanford University, 1961 International Conference on High Energy Accelerators.
- 6) M. Kelligher and R. Beadle, Pulse Shortening, Nature 187, 1099 (1960).
- 7) F. Amman et al., Elementi di progetto di un anello di accumulazione per elettroni e positroni da 750 MeV; Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN, LNF-63/34 (7-5-1963).
- 8) M. Bernardini, J. Miller, C. Schuhl, G. Tamas et C. Tzara, Mesure du rendement de Conversion Negaton-Positon; Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN, LNF-62/66 (2-8-1962).
- 9) Aggson et Burnod, Production de Positron à l'Accélérateur d'Orsay, Determination de la Section Efficace à 0° sur cibles épaisses; Laboratoire de l'Accélérateur Lineaire, Rapport LAL (27 Octobre 1962).
- 10) E. Ferlenghi, M. A. Spano e G. Verri, Produzione di coppie di elettroni in convertitori spessi per energie di elettroni primari tra 30 e 200 MeV, Calcolo numerico col metodo Montecarlo; Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN LNF-63/27 (26-4-63).
- 11) R. Andreani, Formule utili per la scelta dei parametri di un acceleratore lineare; Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN - Nota Interna Gruppo Adone, AD-62/7 (1962).